

Částicová optika

Doc. RNDr. Bohumila Lencová, CSc.

ÚPT AV ČR, Královopolská 147, 612 64 Brno

tel. 541514294, Email: lencova@isibrno.cz

Upravené poznámky k přednášce pro 5. ročník FI FSI VUT v Brně, 30. listopadu 2004.

1. Pohybová rovnice

Relativistická pohybová rovnice nabitě částice s klidovou hmotností m , s nábojem q a rychlostí v polích o elektrické intenzitě \vec{E} a magnetické indukci \vec{B} vlivem Lorentzovy síly je

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right) = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}).$$

Pro pochopení chování a je třeba znát potřebné základní fyzikální konstanty. Náboj elektronu je $e=1,602 \times 10^{-19}$ C, klidová hmotnost elektronu $m=9,109 \times 10^{-31}$ kg, rychlost světla je $c=2,998 \times 10^8$ m/s, proto $mc^2=0.511$ MeV. Podíl klidové hmotnosti protonu a elektronu $M_p/m=1836$. Vzhledem k nízké klidové hmotnosti elektronu (a příslušné energii 0,511 MeV) je nutno pro běžně užívaná urychlovací napětí v prozařovacím mikroskopu 100 keV považovat elektrony za relativistické částice. Vlnová délka elektronu $\lambda=h/p$ je pak pro elektrony s energií 1 eV rovna 1,22 nm a pro 100 keV je 3,70 pm.

2. Zobrazovací vlastnosti

V optice nabitých částic je obvyklé volit znaménko a konstantu u elektrostatického potenciálu tak, aby byla potenciální energie kladná a rovna kinetické energii

$$e\Phi = mc^2 / \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{1/2} - mc^2, \quad (2.1)$$

kde $e=|Q|$, m je klidová hmotnost a Q elektrický náboj částice. Místo řešení pohybové rovnice s Lorentzovou silou hledáme řešení $x=x(z)$, $y=y(z)$ rovnice trajektorie.

Zavedeme označení $\Phi^* = \Phi(1 + \varepsilon\Phi)$, $\varepsilon = e/(2mc^2)$ a $\eta = [e/(2m)]^{1/2}$; potom můžeme zapsat snadnou úpravou ze vztahu (2.1) rychlost částice pomocí elektrostatického potenciálu a faktoru γ

$$\gamma = \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{1/2}} = 1 + 2\varepsilon\Phi, \quad v = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{2e\Phi^*}{m} \right)^{1/2}. \quad (2.2)$$

Veličině Φ^* říkáme relativisticky korigovaný potenciál. energii částic vyjadřujeme nejčastěji v jednotkách eV (elektron-Volt), $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ J. $2mc^2 = 1022$ keV.

Za předpokladu, že průmět rychlosti do osy z má stále kladné znaménko, můžeme psát

$$v = \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right]^{1/2} = \frac{dz}{dt} [1 + x'^2 + y'^2]^{1/2}, \quad (2.3)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{2e\Phi^*}{m} \right)^{1/2} \frac{1}{(1 + x'^2 + y'^2)^{1/2}}. \quad (2.4)$$

Čárka značí derivaci podle z . Relativistickou pohybovou rovnicí můžeme místo v souřadnicích x a y po zavedení komplexních proměnných $w(z) = x(z) + iy(z)$, i je komplexní jednotka, $\bar{w}(z) = x(z) - iy(z)$, $E_w(z) = E_x(z) + iE_y(z)$, $B_w(z) = B_x(z) + iB_y(z)$, napsat jako

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{m \frac{dw}{dt}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}} \right] = -eE_w - ie \frac{dz}{dt} B_w + ie \frac{dw}{dt} B_z, \quad (2.5)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{m \frac{dz}{dt}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}} \right] = -eE_z + \frac{i}{2} e \left(\frac{d\bar{w}}{dt} B_w - \frac{dw}{dt} B_{\bar{w}} \right).$$

Přechod od proměnné t k proměnné z při derivování znamená substituci

$$\frac{df(x(t), y(t), z(t))}{dt} = \frac{df(x(z), y(z), z)}{dz} \frac{dz}{dt}, \quad (2.6)$$

kde za dz/dt dosadíme složku rychlosti ve směru z (viz nahoře).

Po dosazení dostaneme rovnici

$$\frac{d}{dz} \left[\left(\frac{\Phi^*}{1 + w' \bar{w}'} \right)^{1/2} w' \right] = -\frac{1}{2} \gamma \left(\frac{1 + w' \bar{w}'}{\Phi^*} \right)^{1/2} E_w - i\eta (B_w - w' B_z). \quad (2.7)$$

Při odvození této rovnice jsme neprováděli žádné aproximace, pouze dosazení do pohybové rovnice a nahrazení derivace podle času derivací podle souřadnice z , a to je možné vždy, kdy se jedná o pole statická. Tento předpoklad dobře platí i pro vychylovací pole s dosti vysokou frekvencí, protože rychlost částic je vysoká (pro elektron s kinetickou energií 1 eV je jeho rychlost 0,2 % rychlosti světla, a tedy za 1 sekundu urazí dráhu 600 km).

3. Pole v blízkosti optické osy

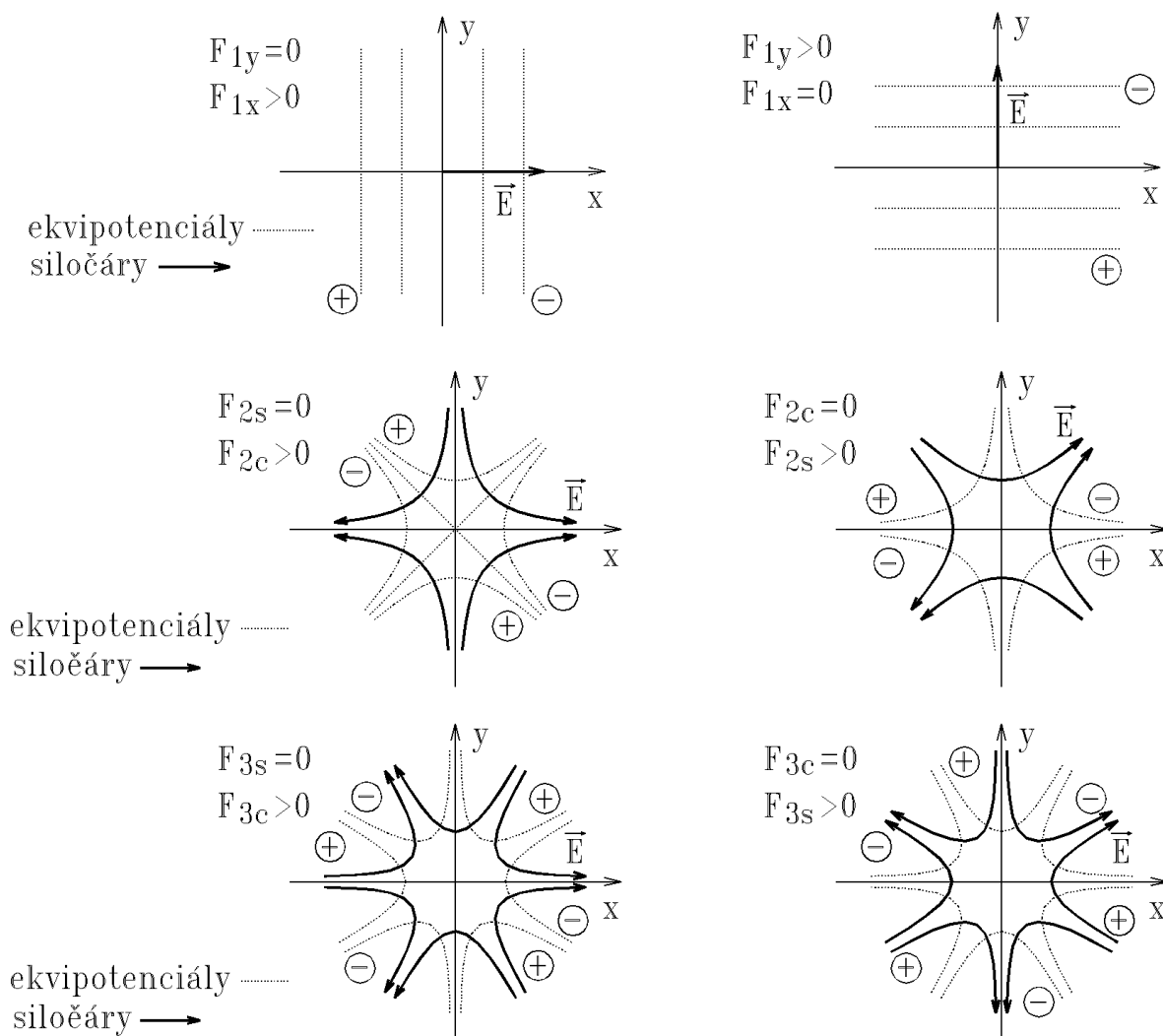
3.1 Multipólové potenciály.

Pro výpočet optických vlastností jednotlivých prvků potřebujeme znát rozložení elektrických a magnetických polí na ose, v jejíž blízkosti se svazek nabitých částic pohybuje. Protože v blízkosti optické osy nejsou ani budící cívky, ani elektrody, můžeme pole působící na nabitou částici charakterizovat pomocí skalárního magnetického potenciálu Ψ a elektrostatického potenciálu Φ . Ze známého rozložení potenciálu nebo pole na ose můžeme

vyjádřit elektrostatický nebo magnetický potenciál v blízkosti osy pomocí Fourierova rozvoje v souřadnicích r, φ nebo Taylorova rozvoje v souřadnicích x, y . Taylorův rozvoj má tu nevýhodu, že nerozlišuje mezi potenciály různé symetrie. Základním polem je pole rotačně souměrné (fokusační), a dále pole dipólové (vychylovací). Další pole používaná v částicové optice jsou pole kvadrupólové (jak pro fokusaci jako kvadrupólové čočky, tak pro korekci astigmatismu), a hexapólové nebo oktapólové pole, používané pro korekci vad zobrazení. Teoreticky nejlepší způsob, jak vytvořit tato multipólová pole, je sestavení $2n$ stejných hyperbolických elektrod o stejné absolutní hodnotě potenciálu se střídavou polaritou. Jednotlivé potenciály pro nejnižší multipóly jsou

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \phi_{1c} x + \phi_{1s} y = r(\phi_{1c} \cos \varphi + \phi_{1s} \sin \varphi) \quad , \\ \Phi_2 &= \phi_{2c}(y^2 - x^2) + 2\phi_{2s}xy = r^2(\phi_{2c} \cos 2\varphi + \phi_{2s} \sin 2\varphi) \quad , \\ \Phi_3 &= \phi_{3c}x(x^2 - 3y^2) + \phi_{3s}y(3x^2 - y^2) = r^3(\phi_{3c} \cos 3\varphi + \phi_{3s} \sin 3\varphi) \quad , \\ \Phi_4 &= \phi_{4c}(x^4 - 6x^2y^2 + y^4) + 4\phi_{4s}xy(x^2 - y^2) = r^4(\phi_{4c} \cos 4\varphi + \phi_{4s} \sin 4\varphi) \quad , \end{aligned} \tag{3.1}$$

kde ϕ_{nc} je potenciál $2n$ -pólu s osou x v rovině symetrie, viz obrázek dole, a ϕ_{ns} je potenciál $2n$ -pólu s osou x v rovině antisymetrie (tedy otočený o $\pi/(2n)$).



3.2 Rozvoj potenciálů v blízkosti osy

Zavedeme-li komplexní souřadnice v rovině (x, y) pomocí $w = x + iy$ a komplexní potenciál $\Phi_n = \Phi_{nc} + i\Phi_{ns}$, je obecný výraz pro potenciál v blízkosti optické osy

$$\Phi = \Phi(w, \bar{w}, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n \cos[n(\varphi - \varphi_{n,0})] \quad , \quad (3.2)$$

kde n je daná multipólová složka a $\varphi_{n,0}$ její počáteční orientace. Φ_n nezávisí na úhlu φ a splňuje Laplaceovu rovnici. V blízkosti osy z pro ni platí rozvoj z osového rozložení potenciálu $\phi_n(z)$

$$\Phi_n = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k n!}{k!(n+k)!} \left(\frac{w\bar{w}}{4} \right)^k \operatorname{Re} \left\{ \bar{w}^n \frac{\partial^{2k} \phi_n(z)}{\partial z^{2k}} \right\} \quad . \quad (3.3)$$

Ze známého skalárního potenciálu Φ pak získáme složky intenzity elektrostatického pole

$$E_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad , \quad E_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad , \quad E_z = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad , \quad E_w = E_x + iE_y = -2 \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{w}} \quad . \quad (3.4)$$

První členy rozvoje potenciálů rotačně souměrného pole, dipólového, kvadrupólového, hexapólového a oktopólového pole jsou pro elektrostatický potenciál

$$\begin{aligned} \Phi_0 &= \phi - \frac{1}{4} \phi''(x^2 + y^2) + \frac{1}{64} \phi^{IV}(x^2 + y^2)^2 - \dots \\ \Phi_1 &= -F_{1x}x - F_{1y}y + \frac{1}{8} (F_{1x}''x + F_{1y}''y)(x^2 + y^2) - \dots \\ \Phi_2 &= F_{2c}(y^2 - x^2) - 2F_{2s}xy - \frac{1}{12} (F_{2c}''(y^2 - x^2) - 2F_{2s}''xy)(x^2 + y^2) + \dots \\ \Phi_3 &= -F_{3c}x(x^2 - 3y^2) + F_{3s}y(y^2 - 3x^2) + \dots \\ \Phi_4 &= -F_{4c}(x^4 - 6x^2y^2 + y^4) - 4F_{4s}xy(x^2 - y^2) + \dots \end{aligned} \quad (3.5)$$

Zde $\phi = \phi(z)$ představuje závislost osového potenciálu na souřadnici z , $F_{1x} = F_{1x}(z)$ a $F_{1y} = F_{1y}(z)$ představují průběh závislosti x a y složky dipólového vychylovacího pole na ose (totéž jako $F_{1c} = F_{1c}(z)$ a $F_{1s} = F_{1s}(z)$). Vyšší funkce $F_{nc} = F_{nc}(z)$ a $F_{ns} = F_{ns}(z)$ udávají (ve V/m^n) průběh osové závislosti pole multipólu, např. $F_{2c}(z)$ je kvadrupólová osová funkce.

Pro magnetický skalární potenciál platí stejný rozvoj jako pro elektrostatický

$$\Psi_n = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k n!}{k!(n+k)!} \left(\frac{w\bar{w}}{4} \right)^k \operatorname{Re} \left\{ i^n \bar{w}^n \frac{\partial^{2k} \phi_n(z)}{\partial z^{2k}} \right\} \quad . \quad (3.6)$$

Magnetický skalární potenciál bývá nejčastěji udáván v ampérech, v optice částic se však používá potenciál Ψ jako μ_0 -násobek obvyklého potenciálu (μ_0 je permeabilita vakua).

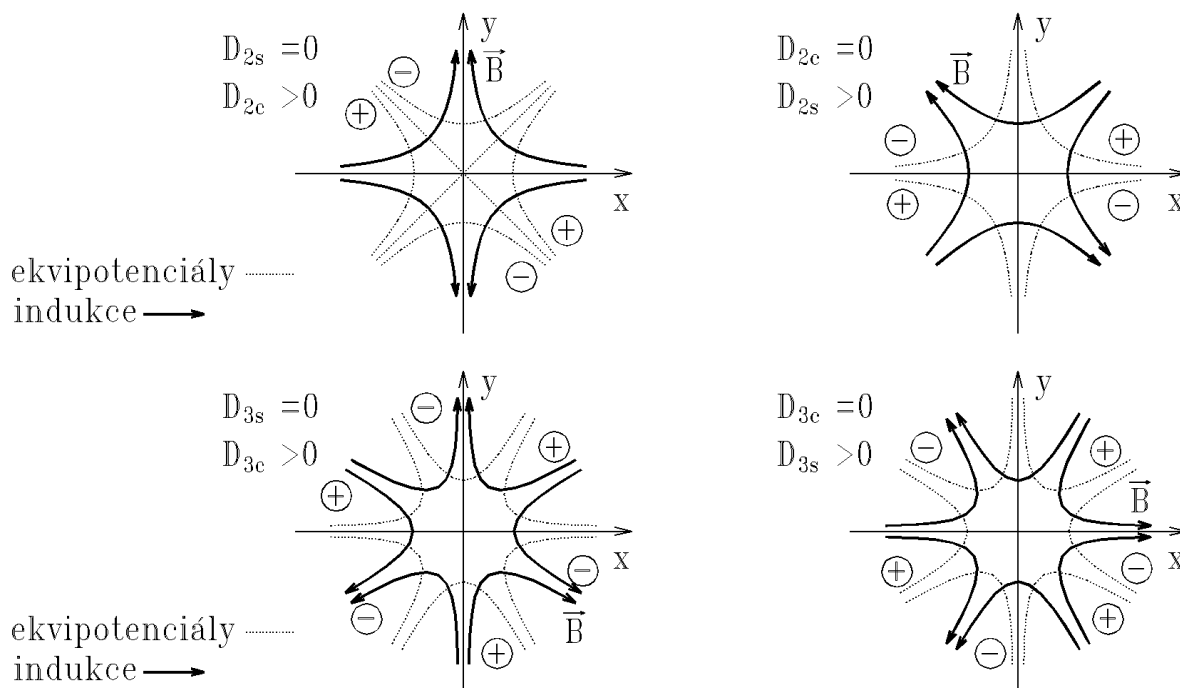
Složky indukce magnetického pole jsou

$$B_x = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad , \quad B_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad , \quad B_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad , \quad B_w = B_x + iB_y = -2 \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{w}} \quad . \quad (3.7)$$

Rozvoj potenciálu v souřadnicích x, y dává

$$\begin{aligned}\Psi_0 &= -\int B(z) dz + \frac{1}{4} B'(x^2 + y^2) - \frac{1}{64} B'''(x^2 + y^2)^2 + \dots \\ \Psi_1 &= D_{1y} x - D_{1x} y - \frac{1}{8} (D_{1y}'' x - D_{1x}'' y)(x^2 + y^2) + \dots \\ \Psi_2 &= 2 D_{2s} x y - D_{2c} (y^2 - x^2) - \frac{1}{12} (2 D_{2s}'' x y - D_{2c}'' (y^2 - x^2))(x^2 + y^2) + \dots \quad (3.8) \\ \Psi_3 &= -D_{3s} x (x^2 - 3y^2) - D_{3c} y (y^2 - 3x^2) + \dots \\ \Psi_4 &= -D_{4c} (x^4 - 6x^2 y^2 + y^4) - 4 D_{4s} x y (x^2 - y^2) + \dots\end{aligned}$$

$B(z)$, $D_{1x}(z)$ a $D_{1y}(z)$ (v *Tesla*) je průběh indukce fokusačního a dipólového pole na ose, $D_{nc}(z)$ a $D_{ns}(z)$ (v *Tesla/mⁿ⁻¹*) multipólové osové pole - podobně jako u elektrostatických multipólů. Ekvipotenciály (pólové nastavce) jsou proti orientaci elektrod otočeny o $\pi/(2n)$, jak to znázorňují obrázky dole pro kvadrupól a hexapól.



4. Paraxiální rovnice.

4.1 Paraxiální rovnice - systém s dipóly a kvadrupóly.

Paraxiální rovnice pro $w=x+iy$ je pro rotačně souměrná pole charakterizovaná osovým průběhem elektrostatického potenciálu $\phi(z)$ a magnetické indukce $B(z)$, silných statických dipólových polí $f_1(z)$ a $d_1(z)$ (například pole Wienova filtru nebo spektrometru), $F_1(z)$ a $D_1(z)$ jsou vychylovací dipólová pole elektrostatická a magnetická (pro jednotkové napětí a proud, skutečná pole jsou pak úměrná vychylovacímu napětí $U_1 = U_{1x} + iU_{1y}$ a

proudu $I_1 = I_{1x} + iI_{1y}$), f_2 a d_2 jsou kvadrupólová pole (vyšší multipóly se už v paraxiální rovnici neuplatňují)

$$\begin{aligned} \phi^{*1/2} w'' + \left(\frac{\gamma \phi'}{2\phi^{*1/2}} - i\eta B \right) w' + \left(\frac{\gamma \phi''}{4\phi^{*1/2}} + \frac{f_1^2}{8\phi^{*3/2}} - \frac{i\eta}{2} B' \right) w \\ + \left(\frac{\gamma f_2}{\phi^{*1/2}} + \frac{f_1^2}{8\phi^{*3/2}} + 2\eta d_2 \right) \bar{w} = -\frac{\gamma U_1 F_1}{2\phi^{*1/2}} + \eta I_1 D_1 - \frac{\gamma}{2} \frac{f_1}{\phi^{*1/2}} + \eta d_1 \quad . \end{aligned} \quad (4.1)$$

4.2 Soustava s rotačně souměrnými čočkami a vychylovacími poli.

Paraxiální rovnice pro soustavu sestávající z rotačně souměrných a vychylovacích elektrostatických a magnetických polí je popsána paraxiální rovnicí ($k = \eta/\phi^{*1/2}$)

$$w'' + \left(\frac{\gamma \phi'}{2\phi^*} - ikB \right) w' + \left(\frac{\gamma \phi''}{4\phi^*} - \frac{ik}{2} B' \right) w = -\frac{\gamma U_1 F_1}{2\phi^*} + k I_1 D_1 \quad . \quad (4.2)$$

Pomocí dvou nezávislých řešení homogenní rovnice w_a a w_b s počátečními podmínkami

$$w_a(z_o) = 0 \quad , \quad w'_a(z_o) = 1 \quad , \quad w_b(z_o) = 1 \quad , \quad w'_b(z_o) = \frac{i\eta B(z_o)}{2\phi^{*1/2}(z_o)} \quad (4.3)$$

a základních řešení nehomogenní rovnice

$$\begin{aligned} w_m(z) = \frac{1}{\phi^{*1/2}(z_o)} \left[w_a(z) \int_{z_o}^z D_1 \bar{w}_b d\zeta - w_b(z) \int_{z_o}^z D_1 \bar{w}_a d\zeta \right] \quad , \\ w_e(z) = -\frac{1}{2\phi^{*1/2}(z_o)} \left[w_a(z) \int_{z_o}^z \frac{\gamma F_1}{\phi^{*1/2}} \bar{w}_b d\zeta - w_b(z) \int_{z_o}^z \frac{\gamma F_1}{\phi^{*1/2}} \bar{w}_a d\zeta \right] \end{aligned} \quad (4.4)$$

můžeme obecnou trajektorii pak psát jako

$$w(z) = \alpha_o w_a(z) + \beta_o w_b(z) + U_1 w_e(z) + I_1 w_m(z) \quad . \quad (4.5)$$

Komplexní souřadnice α_o a β_o jsou

$$\alpha_o = x'_o + i y'_o - \frac{i\eta B(z_o)}{2\phi^{*1/2}} (x_o + i y_o) \quad , \quad \beta_o = x_o + i y_o \quad . \quad (4.6)$$

5. Speciální případy paraxiální rovnice.

5.1 Paraxiální rovnice pro elektrostatickou a magnetickou čočku.

Pro elektrostatickou čočku nemáme imaginární členy: rovnice pro x a y je stejná:

$$r'' + \frac{\gamma \phi'}{2\phi^*} r' + \frac{\gamma \phi''}{4\phi^*} r = 0 \quad . \quad (5.1)$$

Substitucí (transformací souřadnic) $r(z) = R(z) [\phi^*(z_o)/\phi^*(z)]^{1/4}$ převedeme (5.1) na tvar

$$R'' + \frac{(2 + \gamma^2)\phi'^2}{16\phi^{*2}} R = 0 \quad . \quad (5.2)$$

Pro magnetickou čočku máme

$$w'' - i k B w' - i \frac{k}{2} B' w = 0 \quad , \quad (5.3)$$

a zapíšeme-li $w(z)$ v polárním tvaru

$$w(z) = r(z) \exp[i \theta(z)] \quad , \quad (5.4)$$

přejde komplexní rovnice (5.3) na dvě reálné rovnice

$$r'' + \frac{k^2 B^2}{4} r = 0 \quad , \quad \theta' = \frac{k}{2} B \quad . \quad (5.5)$$

Ze vztahů (5.2) nebo (5.5) snadno dostaneme hodnotu ohniskové délky čočky v aproximaci tenké čočky.

5.2 Zobrazení pomocí kvadrupólů.

Vezmeme-li pouze kvadrupólová pole v takové orientaci, že roviny symetrie elektrostatického kvadrupólu jsou rovinami antisymetrie magnetického kvadrupólového pole, tj. předpokládáme konstantní rotačně souměrný potenciál $\phi(z) = \phi(z_0) = \phi_0$ a $B(z) = 0$, zjednoduší se rovnice trajektorie v paraxiální aproximaci na

$$x'' + \left(\frac{\gamma F_{2c}}{\phi^*} + \frac{2\eta D_{2s}}{\phi^{*1/2}} \right) x = 0 \quad , \quad y'' - \left(\frac{\gamma F_{2c}}{\phi^*} + \frac{2\eta D_{2s}}{\phi^{*1/2}} \right) y = 0 \quad . \quad (5.6)$$

Optická mohutnost kvadrupólu v aproximaci tenké čočky je pak

$$\frac{1}{f_x} = -\frac{1}{f_y} = \int \left(\frac{\gamma_o F_{2c}(z)}{\phi_o^*} + \frac{2\eta D_{2s}(z)}{\phi_o^{*1/2}} \right) dz \quad . \quad (5.7)$$

5.3 Optické vlastnosti Wienova filtru.

Vezměme si paraxiální rovnici pro Wienův filtr (tedy dipólová navzájem kolmá pole) umístěný mimo fokusační pole jak elektrostatické, tak magnetické. Paraxiální rovnice má tvar

$$w'' + \frac{f_1^2}{8\phi^{*2}} w + \left(\frac{\gamma f_2}{\phi^*} + \frac{f_1^2}{8\phi^{*2}} + 2k d_2 \right) \bar{w} = -\frac{\gamma f_1}{2\phi^*} + k d_1 \quad . \quad (5.8)$$

Při návrhu Wienova filtru tedy splníme nejprve podmínku, aby pravá strana byla rovna nule (Wienova podmínka - platnost lze dokázat triviálně a srovnat s výrazem pro Lorentzovu sílu) a přidáním kvadrupólového pole tak, aby člen u \bar{w} byl roven nule dosáhneme, že Wienův filtr se chová jako (slabá) rotačně souměrná čočka.

6. Elektronově optické vady.

6.1 Geometrické vady 3. řádu.

Při odvozování paraxiální rovnice byly zanedbány všechny členy, které obsahují vyšší mocniny w, \bar{w}, w', \bar{w}' a členy se (slabými) vychylovacími poli. To se projeví tak, že k rovnici s paraxiálními členy přibude na pravé straně člen $P_3(z)$, který můžeme psát jako

$$\begin{aligned}
P_3(z) = & \frac{1}{\phi^{*1/2}} \frac{d}{dz} \left[\phi^{*1/2} w' \left(\frac{\gamma \phi''}{8\phi^*} w \bar{w} + \frac{\gamma F_1}{4\phi^*} U_1 \bar{w} + \frac{\gamma \bar{F}_1}{4\phi^*} \bar{U}_1 w + \frac{1}{2} w' \bar{w}' \right) \right] \\
& - \gamma \left(\frac{\phi''}{4\phi^*} w + \frac{F_1}{2\phi^*} U_1 \right) \left(\frac{\gamma \phi''}{8\phi^*} w \bar{w} + \frac{\gamma F_1}{4\phi^*} U_1 \bar{w} + \frac{\gamma \bar{F}_1}{4\phi^*} \bar{U}_1 w + \frac{1}{2} w' \bar{w}' \right) \\
& + \frac{\gamma \phi^{IV}}{32\phi^*} w^2 \bar{w} + \frac{\gamma F_1''}{8\phi^*} U_1 w \bar{w} + \frac{\gamma \bar{F}_1''}{16\phi^*} \bar{U}_1 w^2 - \frac{3\gamma F_3}{2\phi^*} U_3 \bar{w}^2 - ik \left(\frac{B''}{4} w w' \bar{w} + \frac{B'''}{16} w^2 \bar{w} \right) \\
& - ik \left(\frac{D_1'}{2} I_1 w' \bar{w} - \frac{\bar{D}_1'}{2} \bar{I}_1 w w' + \frac{D_1''}{4} I_1 w \bar{w} - \frac{\bar{D}_1''}{8} \bar{I}_1 w^2 + 3D_3 I_3 \bar{w}^2 \right) .
\end{aligned} \tag{6.1}$$

Podobně jako u paraxiální rovnice s deflektory řešíme metodou variace parametrů, přitom pro nalezení vady v obrazové rovině, kde $w_a(z_i)=0$, stačí počítat pouze jeden z integrálů. Dosadíme-li za $w=\alpha w_a + \beta w_b + \gamma w_m + \delta w_e$, můžeme rozdělit získaný výraz na jednotlivé vady.

Aberace jsou rozděleny na vady rotačně souměrných čoček a rotačně souměrné vady vychylovacích polí. Geometrické vady čoček k_s (otvorová), k_L (koma), k_F (zklenutí pole), k_A (astigmatismus) a k_D (zkreslení) jsou definovány následujícím vztahem:

$$\Delta w = k_s \alpha^2 \bar{\alpha} + k_L \alpha \bar{\alpha} \beta + \frac{\bar{k}_L}{2} \alpha^2 \bar{\beta} + k_F \alpha \beta \bar{\beta} + k_A \bar{\alpha} \beta^2 + k_D \beta^2 \bar{\beta} . \tag{6.2}$$

Pro rotačně invariantní vychylovací pole, tj. pro soustavu kde dipólové vychylovací pole ve směru y je totéž jako ve směru x , a kde vychylovací pole neobsahuje hexapólovou složku, je struktura aberačních koeficientů obdobná struktuře koeficientů mimoosových vad čočky

$$\begin{aligned}
\Delta w = & K_L^m \alpha \bar{\alpha} \gamma + \frac{\bar{K}_L^m}{2} \alpha^2 \bar{\gamma} + K_F^m \alpha \gamma \bar{\gamma} + K_A^m \bar{\alpha} \gamma^2 + K_D^m \gamma^2 \bar{\gamma} + \\
& + K_L^e \alpha \bar{\alpha} \delta + \frac{\bar{K}_L^e}{2} \alpha^2 \bar{\delta} + K_F^e \alpha \delta \bar{\delta} + K_A^e \bar{\alpha} \delta^2 + K_D^e \delta^2 \bar{\delta} + \\
& + S_F \alpha \bar{\gamma} \delta + \bar{S}_F \alpha \gamma \bar{\delta} + S_A \bar{\alpha} \gamma \delta + S_{D1} \bar{\gamma} \delta^2 + S_{D2} \gamma \delta \bar{\delta} + S_{D3} \gamma \bar{\gamma} \delta + S_{D4} \gamma^2 \bar{\delta} ,
\end{aligned} \tag{6.3}$$

kde koeficienty K^m jsou vady magnetického vychýlení, K^e vady elektrostatického vychýlení (nebo zde můžeme psát vady druhého nezávislého magnetického vychylovacího systému) a S jsou vady kombinace magnetického a elektrostatického vychýlení (dvoukanalového vychylovacího systému). Také zde je K_L koma, K_F, S_F, \bar{S}_F je zklenutí pole, K_A, S_A astigmatismus a K_D, S_{Dn} zkreslení.

6.2 Chromatické vady.

Uvažujeme-li trajektorie částice s odchylkou $e\Delta\phi$ od nominální energie, přibude k rovnici s paraxiálními členy na pravé straně člen $P_c(z)$, který můžeme psát jako

$$\begin{aligned}
P_c(z) = & \frac{\Delta\phi}{\phi^*(z_i)} \left[\frac{\gamma \phi'}{2\phi^*} w' + \frac{\gamma \phi''}{4\phi^*} w + \frac{\gamma F_1}{2\phi^*} U_1 \right] - \\
& - \frac{\Delta\phi}{\phi^*(z_i)} \left[ik \left(B w' + \frac{1}{2} B' w \right) + \frac{1}{2} k D_1 I_1 \right] .
\end{aligned} \tag{6.4}$$

Chromatické vady prvního řádu, dané relativní šířkou energie $\Delta\phi/\phi^*$, jsou definovány jako

$$\Delta w = (k_x \alpha + k_T \beta + K_T^m \gamma + K_T^e \delta) \frac{\Delta\phi}{\phi^*}, \quad (6.5)$$

kde k_x je osová chromatická vada rotačně souměrné čočky, k_T je mimoosová vada čočky a K_T je chromatická vada vychýlení.

7. Závislost osově vady v závislosti na zvětšení čočky.

Hodnota koeficientu otvorové a chromatické vady záleží na zvětšení zobrazovací soustavy. Vzhledem ke tvaru aberačních integrálů můžeme pro projektivy, kde svazek prošel celým polem, hodnotu osových vad vyjádřit pomocí převrácené hodnoty zvětšení $m=1/M$ jako

$$C_s(M) = \sum_{i=0}^4 C_{si} m^i, \quad C_c(M) = \sum_{i=0}^2 C_{ci} m^i. \quad (7.1)$$

Pro slabé unipotenciální elektrostatické čočky je $C_{c0}=2f$, $C_{s0}=20f^3/L^2$, kde L je charakteristická délka pole. Pro magnetické slabé čočky je $C_{c0}=f$, $C_{s0}=5f^3/L^2$.

8. Metody numerického výpočtu polí pro částicovou optiku.

Numerické metody výpočtu potenciálu dělíme na metodu okrajového integrálu a síťové metody (metoda konečných diferencí a metoda konečných prvků).

8.1 Metoda konečných diferencí.

Metoda konečných diferencí je nejznámější, nejjednodušší a nejčastěji používanou metodou pro výpočet elektrostatických systémů ve dvou a třech rozměrech. V (pravidelné) pravoúhlé síti jsou první derivace potenciálu nahrazeny hodnotou diference, např.

$$\frac{\partial V\left(x+\frac{h_x}{2}\right)}{\partial x} = \frac{V(x+h_x) - V(x)}{h_x}, \quad \frac{\partial^2 V(x)}{\partial x^2} = \frac{\frac{\partial V\left(x+\frac{h_x}{2}\right)}{\partial x} - \frac{\partial V\left(x-\frac{h_x}{2}\right)}{\partial x}}{h_x} \quad (8.1)$$

a stejně pro směr y a z ; jsou tak sestaveny diferenční rovnice pro potenciály v uzlech sítě. Pro body na elektrodách a na hranici se dosadí potenciály elektrod, a v bodech s neznámým potenciálem se diferenční rovnice řeší zpravidla pomocí iteračních metod. Alternativní odvození diferenčních rovnic je použitím Taylorova rozvoje potenciálu, který pro vnitřní body sítě splní příslušnou Laplaceovu rovnici. Typický počet bodů sítě kolem 10 tisíc pro dvourozměrné úlohy, 500 tisíc pro trojrozměrné. Problémy: malá přesnost, aproximace geometrie problému pravidelnou sítí, délka výpočtu. Příklad programu: SIMION (ve dvou a třech dimenzích) používaný na ÚFI FSI VUT. Patří sem i program SIM-3D Jakuba Zlámala (diplomová práce ÚFI, 1996). V tomto programu se navíc umožňuje ještě i modelování prostorového náboje zejména u iontově optických systémů.

8.2 Metoda konečných prvků.

Metoda konečných prvků se používá zejména pro výpočty magnetických čoček, u kterých se sytí magnetický obvod čočky. Namísto řešení Poissonovy rovnice pro úhlovou složku vektorového potenciálu $\vec{A} = A(r, z) \vec{e}_\varphi$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial (rA)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right) = J \quad (8.2)$$

hledáme minimum energiového funkcionálu, který je pro čočky s permeabilitou nezávislou na magnetické indukci

$$E = 2\pi \iint \left[\frac{1}{2\mu} \left(\left(-\frac{\partial A}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rA)}{\partial r} \right)^2 \right) - J A \right] r dr dz \quad . \quad (8.3)$$

Členy v závorce jsou druhé mocniny složek indukce B_r^2 a B_z^2 . Pro sycené čočky se místo prvního členu v integrálu uvažuje $U = \int H dB$; závislost $B(H)$ se určuje z magnetizační křivky magnetického materiálu.

Energii můžeme vyjádřit v malém trojúhelníkovém konečném prvku pomocí jednoho výrazu jak pro nesyčené čočky tak pro Taylorův rozvoj energie pro sycené čočky za předpokladu, že permeabilita $\mu_r \mu_0$ a proudová hustota J jsou konstantní v každém trojúhelníku. ΔA_i je oprava hodnoty potenciálu A_i ve vrcholech trojúhelníka, a potenciál A je vyjádřen jako lineární funkce v (r, z) . Hodnota E_Δ reprezentuje energii v trojúhelníku (pak $\Delta A_i = A_i$) nebo opravu k energii, jako

$$E_\Delta = \frac{\pi}{3\mu_0} \sum_{i=1}^3 \left(g_i + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 f_{ij} \Delta A_j \right) \Delta A_i \quad , \quad (8.4)$$

kde

$$g_i = r_s \left(\mu_0 J D p_i + \frac{H_i}{\mu_r} \right) \quad , \quad f_{ij} = \frac{r_s}{D} \left[\frac{1}{\mu_r} q_{ij} + \left(\frac{1}{\mu_d} - \frac{1}{\mu_r} \right) \frac{H_i H_j}{\bar{B}^2} \right] \quad . \quad (8.5)$$

Relativní permeabilita μ_r a diferenciální permeabilita μ_d v magnetických materiálech se určí z průměrné hodnoty čtverce velikosti indukce B^2 , a koeficienty p_i a q_{ij} jsou čistě geometrické členy, které za předpokladu, že se určí průměrná hodnota B_z jako $\bar{B}_z = \partial A / \partial r + \bar{A} / \bar{r}$, máme

$$p_i = \frac{r_s + r_i}{4r_s} \quad , \quad q_{ij} = b_i b_j + \left(c_i + \frac{D}{r_s} \right) \left(c_j + \frac{D}{r_s} \right) \quad , \quad (8.6)$$

a kde platí

$$\begin{aligned} b_1 = r_2 - r_3 \quad , \quad c_1 = z_3 - z_2 \quad , \quad b_2, b_3, c_2, c_3 \quad \text{cyklicky} \quad , \\ r_s = r_1 + r_2 + r_3 \quad , \quad D = b_1 c_2 - b_2 c_1 \quad , \quad (8.7) \\ \bar{B}^2 = \frac{1}{D^2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 q_{ij} A_i A_j = \frac{1}{D} \sum_{i=1}^3 H_i A_i \quad , \quad H_i = \frac{1}{D} \sum_{j=1}^3 q_{ij} A_j \quad , \end{aligned}$$

přítom D je dvojnásobek plochy trojúhelníka. (V praxi používáme vztahy nepatrně složitější.)

Sečteme-li vyjádření energie pro všechny trojúhelníky, na které rozdělíme oblast uvnitř dané hranice, na které použijeme buď Dirichletovu okrajovou podmínku $A=0$ nebo homogenní Neumannovu podmínku $\partial(rA)/\partial\vec{n}=0$ - kde \vec{n} je jednotkový vektor normály k hranici (tuto podmínku použijeme např. na rovině symetrie nebo na povrchu magnetických materiálů ležících vně hranice), dostaneme výraz pro energii jako kvadratickou formu vyjádřenou pomocí ΔA_i , a z podmínky minima energie $\partial E_{total}/\partial(\Delta A_i)=0$ dostaneme soustavu lineárních rovnic, kterou vyřešíme pomocí předpodmíněné metody sdružených gradientů. Typický počet rovnic je kolem 5-30 tisíc. Pro sycené čočky tento postup opakujeme tak dlouho, dokud opravy ΔA_i nebudou zanedbatelně malé.

Praktické použití programu pro výpočet magnetických čoček bude ilustrováno na programu MLD (autor B. Lencová) během cvičení: volba sítě konečných prvků pomocí hrubé sítě z horizontálních a vertikálních čar, dále rozdělení jemnou sítí s proměnným krokem, volba materiálů a buzení čoček, atd. Budou diskutovány otázky jako přesnost výpočtu, vliv permeability magnetického materiálu na výsledek, vliv sycení čočky na tvar pole. Ve spočtených polích budou také určovány optické vlastnosti.

Metodu konečných prvků lze použít i pro řešení elektrostatických čoček. Zde ve válcovém souřadném systému hledáme místo řešení Laplaceovy ($\rho=0$) nebo Poissonovy ($\rho\neq 0$) rovnice

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (8.8)$$

hledáme minimum energiového funkcionálu

$$E = 2\pi \iiint \left[\frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)^2 \right) - \frac{\rho}{\epsilon_0} \Phi \right] r dr dz, \quad (8.9)$$

podobně jako pro vektorový potenciál. I v dalším postupujeme podobně jako u výpočtu vektorového potenciálu. Pro pravoúhlé sítě musíme dostat stejné řešení jako pro nejjednodušší metodu konečných diferencí. (Na cvičení budou pomocí programu ELD navrhovány elektrostatické čočky. Budou se diskutovat otázky přesnosti výpočtu a problematika výpočtu optických vlastností.)

Stejně tak lze zformulovat řešení jednotlivých harmonických složek potenciálu pro vychylovací elektrostatické systémy a pro kvadrupólové prvky se speciální geometrií, definovanou rozdělením rotačně souměrných ploch na jednotlivé elektrody. Pro magnetické systémy můžeme počítat multipólové složky vytvářené sedlovými a toroidálními cívkami (a to i v přítomnosti rotačně souměrných magnetických materiálů).

8.3 Metoda okrajového integrálu.

Metoda okrajového integrálu se používá zejména pro řešení elektrostatických systémů: uvnitř elektrod je nulové pole, a na povrchu elektrody se vyskytuje povrchový náboj, jehož hustota σ a hodnota intenzity pole E , která je kolmá k povrchu elektrody, jsou určeny jako $E = -\sigma/\epsilon_0$. Rozdělíme si povrch elektrod na N elementů, u nichž předpokládáme konstantní hodnotu σ ; přitom potenciál elektrod známe. Potom můžeme obecný výraz pro potenciál (vlevo) psát pro body na elektrodách (resp. ve středu elementu o ploše Δ_j) jako

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma(\vec{r}') dS'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \Rightarrow$$

$$V(\vec{r}_j) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^N \sigma_k \int_{\Delta_k} \frac{dS'}{|\vec{r}_j - \vec{r}'|}, \quad j=1, \dots, N \quad (8.10)$$

Přítom jsme ‘ztratili’ jednu dimenzi! Integrál na pravé straně se dá vyčíslit i pro prvek $k=j$. Dostaneme tak soustavu lineárních rovnic pro σ : tato soustava rovnic je ale ‘hustá’. Můžeme ji řešit - doba výpočtu je úměrná N^3 (na PC Pentium 1GHz můžeme cca 900 rovnic vyřešit za minutu). Když známe hodnoty σ , můžeme pak obecný výraz pro potenciál použít k určení hodnot potenciálu v kterémkoliv bodě prostoru, a to i pro jednotlivé derivace.

Programy využívající metodu hustoty prostorového náboje byly vypracovány i v ÚPT AV ČR (dr. J. Chmelík), a byly použity pro studium elektrostatických čoček a pro studium elektronových trysek s hrotovými katodami. Zde se dá výhodně využít to, že jednotlivé plošky, na které rozdělíme elektrody, mohou mít výrazně rozdílné velikosti. Kromě toho máme k dispozici i programy ve dvou a třech dimenzích CPO-2DS a CPO-3DS, které byly vytvořeny na universitě v Manchesteru, studentská verze (bez prostorového náboje) omezená na malý počet bodů je dostupná na www.electronoptics.com. Tyto programy dovolují i výpočet elektrostatických systémů s prostorovým nábojem. Programy byly použity v rámci několika diplomových prací na ÚFI.

9. Bodové rozlišení mikroskopu.

9.1 Mezní rozlišení.

Předpokládáme, že jak v případě prozařovacího, tak rastrovacího mikroskopu, se v případě mezního rozlišení neuplatňuje chromatická vada, a že rozlišení je určeno pouze kroužkem otvorové vady a difrakce: součet čtverců obou vad je možné psát jako

$$d^2 = d_s^2 + d_d^2 = (0,5 C_s \alpha^3)^2 + (0,61 \lambda / \alpha)^2.$$

Tento výraz má minimum pro hodnotu $\alpha \approx (\lambda / C_s)^{1/4}$. Nejmenší velikost kroužku vady, a tedy rozlišení, dáno vztahem $d \approx 0,43 (\lambda^3 C_s)^{1/4}$.

9.2 Závislost proudu ve stopě na velikosti stopy

Volba typu katody má závažné důsledky pro chování systému: průměr stopy je dán potřebným zmenšením elektronově optického systému z původní velikosti zdroje (křížičště) $M d_k$, difrakcí, a také osovými vadami, které všechny závisí na úhlu svazku α na vzorku jako $d_d = 0,61 \lambda / \alpha$, $d_c = C_c \alpha \Delta V / V_r$, a $d_s = 0,5 C_s \alpha^3$. V prvním přiblížení druhé mocniny příspěvků těchto všech vlivů sečteme, abychom dostali výsledný kvadrát průměru stopy. Přítom musíme vzít do úvahy zákon zachování objemu fázového prostoru: proud ve stopě, velikost stopy a úhel svazku spolu souvisí (přes jas katody β) jako $I = \beta (\pi d^2 / 4) \pi \alpha^2$. Odtud potom dostaneme pro výslednou závislost $d = d(\alpha)$ výraz

$$d^2 = \frac{4I}{\beta \pi^2 \alpha^2} + \left(\frac{0,61 \lambda}{\alpha} \right)^2 + (0,5 C_s \alpha^3)^2 + \left(C_c \alpha \frac{\Delta V}{V_r} \right)^2 \quad (9.1)$$

který má minimum. Odtud potom dostaneme závislost proudu ve stopě na průměru stopy jako

$$I_{\max} = \frac{3\pi^2}{16} \beta \frac{d^{8/3}}{C_s^{2/3}}, \quad (9.2)$$

a to v případě, kdy můžeme zanedbat vliv chromatické vady a také pokud je vliv difrakční vady zanedbatelný proti příspěvku danému velikostí stopy; pro velmi malé proudy ve stopě dává ale difrakční vada absolutní mez velikost stopy, která je prakticky stejná jako bodová rozlišovací schopnost diskutovaná dříve.

Pro iontové sondy není ani tak rozhodující příspěvek sférické vady, ale vliv chromatické vady. V tom případě potom se předchozí závislost (9.2) změní na

$$I_{\max} = \frac{\pi^2}{16} \beta \frac{d^4}{C_c^2} \left(\frac{V_r}{\Delta V} \right)^2. \quad (9.3)$$

Jiný případ nastává, když je výchozí stopa prakticky bodová, jako je tomu pro autoemisní katody. Velikost zdroje je dána především chováním jednotlivých čoček v elektronově optickém systému. Pokud máme u katody 'nekvalitní' elektrostatickou čočku, je chování optického systému horší než v případě, kdy je u katody magnetická čočka. Protože je velikost stopy dána otvorovou vadou, je i velikost proudu ve stopě dána jen sférickou vadou, a proto závislost proudu na velikosti stopy je $I \approx d^{2/3}/C_s^{1/2}$.

10. Zdroje elektronů.

Proudovou hustotu termoemise udává Richardsonova závislost na teplotě T

$$J_k = AT^2 \exp\left(-\frac{e\Phi}{kT}\right), \quad (10.1)$$

pro emisi polem pak platí podobně vypadající Fowlerova-Nordheimova závislost na poli E

$$J_k = \frac{k_1}{\Phi} E^2 \exp\left(-\frac{k_2 \Phi^{3/2}}{|E|}\right), \quad (10.2)$$

kde k je Boltzmannova konstanta, Φ je výstupní práce materiálu; hodnoty konstant A, k_1, k_2 závisí na použitém materiálu. Např. pro oxidy barya je $e\Phi \approx 1,8 \text{ eV}$, $A \approx 1,2 \text{ A cm}^{-2} \text{ K}^{-2}$, provozní teplota $T \sim 1000 \text{ K}$ a proudová hustota emise $J_k \sim 1 \text{ A cm}^{-2}$. Pro mikroskopy se používá zpravidla W nebo LaB₆ (viz tabulka). Životnost termoemisní katody je dána provozní teplotou: pro 2500 K 200 h, pro 2600 K 90 h, 2700 K 35 h a pro 2800 K jen 12 hodin.

Chování trysky určuje geometrie uspořádání katody, anody a řídicí elektrody (Wehneltova elektroda u termoemisních trysek). Závislost emisního proudu na žhavení termoemisní katody vykazuje pro větší žhavení vliv prostorového náboje.

Parametry termoemisních a autoemisních katod			
	Termoemise W	LaB ₆	Autoemise W
Výstupní práce $e\Phi$ [eV]	4,5	2,7	4,5
Richards. konst. A [$\text{A}/\text{cm}^2/\text{K}^2$]	75-120	30	--
Emisní proud. hustota j_c [A/cm^2]	1-3	25	10^4 - 10^6
Celkový emisní proud I [μA]	10-100	10-100	1-10
Pracovní teplota [K]	2800	1400-2000	300(1000)
Jas katody β [$\text{A}/\text{cm}^2/\text{sr}$] pro 20 keV	10^5	5×10^5	5×10^7 - 5×10^8
Průměr křížiče d_k [μm]	20-50 vlásenka	10-20	0,005-0,01
	10-30 hrotová k.		

Parametry termoemisních a autoemisních katod			
	Termoemise W	LaB ₆	Autoemise W
Energiová šířka ΔV [eV]	1-2	0,5-2	0,2-0,4
Životnost [h]	25	200-2000	1000 a více
Vakuum [Pa]	$10^{-2} - 10^{-3}$	$10^{-5} - 10^{-6}$	$10^{-7} - 10^{-8}$

LaB₆ je za pokojové teploty nevodivá keramika – používá se nepřímé žhavení katody.

11. Problematika rastrovacího elektronového mikroskopu.

- schéma zařízení, hloubka ostrosti
- závislost proudu na apertuře a závislost průměru stopy na proudu ve stopě (část 9.2)
- velikost signálu a faktory, které jej ovlivňují (velikost primárního proudu, koeficient emise, účinnost detekce) a velikosti signálu v detektoru (zesílení detektoru vynásobené kvantovou účinností konverze na fotony a zpět a ztrátami v detektoru);
- problematika signálu a šumu v obraze (TV obraz má 625 x 1000 bodů za 1/25 s; v bodě signál z N elektronů, šum $N^{1/2}$ musí být cca 5x menší: pro 50 % kontrast potřebujeme cca 100 elektronů! Další jevy: doznívání obrazovky a integrace obrazu, zmenšení zobrazované plochy, pomalé rastrování pro fotografii).

12. Iontové zdroje.

Shrnutí vlastností plazmatu: vytváření plazmatu, Debyeova délka, magnetické pole. Maximální hodnota proudové hustoty je dána prostorovým nábojem (Childův zákon); pro pole V_a/d

$$j = \frac{4 \varepsilon_0}{9} \left(\frac{2e}{m_0} \right)^2 \frac{V_a^{3/2}}{d} \quad (12.1)$$

Typy iontových zdrojů: výbojové (rf, mikrovlnný výboj), duoplazmatron, s ionizací polem, s kapalnými kovy.

Typické vlastnosti iontových zdrojů

	p [torr]	I [A]	j [A/cm ²]	ΔE [eV]
Duoplazmatron	$10^{-1}-10^{-2}$	$10^{-1}-10^{-3}$	$10^{-2}-1$	10
Rf	$10^{-3}-10^{-4}$	$10^{-2}-10^{-4}$	$10^{-3}-10^{-1}$	30-50
Penning	$10^{-1}-1$	$10^{-3}-10^{-5}$	$10^{-4}-10^{-1}$	50
Elektr. impaktní	$10^{-3}-10^{-4}$	10^{-3}	10^{-2}	10-50
Ionizace polem ^{a)}	10^{-8}	$10^{-8}-10^{-9}$	10^{-3}	2-5
LMIS ^{b)}	10^{-7}	$10^{-4}-10^{-8}$	10^5	5

Směrová proudová hustota^{a)} 10^{-6} A/sr, jas $\beta=10^{-6}$ A/cm²/sr, ^{b)} 10^{-4} A/sr a $\beta=10^7$ A/cm²/sr. Pro duoplazmatron je jas $\beta < 10^3$ A/cm²/sr.

13. Elektronové spektrometry.

Typy elektrostatických analyzátorů: brzdné a disperzivní. Typy disperzivních spektrometrů: válcový sektor, hemisférický analyzátor, válcové zrcadlo.

14. Hmotnostní spektrometry

Typy spektrometrů: průletové (time-of-flight), dynamické (kvadrupólový a monopólový spektrometr, cyklotron), a statické spektrometry (Astonův spektrometr, Dempsterův spektrometr, magnetický hranol). Problematika fokusace na vstupu do magnetického pole, zvýšení řádu fokusace změnou geometrie hranolu nebo tvarem pole.

K TOF spektrometru: rychlost částice o atomové hmotnosti M a urychlené potenciálovým rozdílem U je $v = 1,39 \cdot 10^4 (U/M)^{1/2}$ m/s; pro proton s $M=1$ a $U=1000$ V potřebujeme tedy 2,27 $\mu\text{s/m}$ při rychlosti 440 km/s.

15. Literatura

V. Hulínský a K. Jurek, Zkoumání látek elektronovým paprskem. SNTL 1982.

B. Uργοšík, Dynamické hmotové spektrometry. SNTL 1972.

L. Eckertová, ed.: Metody analýzy povrchů. Elektronová spektroskopie. Academia 1990.

M. Lenc, B. Lencová: Optické prvky elektronových mikroskopů. Metody analýzy povrchů 2. Elektronová mikroskopie a difrakce. (L. Eckertová, L. Frank ed.), Academia 1996.

B. Lencová, M. Lenc: Optika iontových svazků. Metody analýzy povrchů 3. (L. Frank, J. Král, ed.), Academia 2002, 65-103.

S. Humphries Jr, Charged Particle Beams. J. Wiley 1990. (Kniha je k dispozici i na internetu ke stažení zdarma.)